

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»  
НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ КОМПЛЕКС  
«ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНОГО СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ»

ЗАТВЕРДЖЕНО  
Вченою радою ННК «ІПСА»  
НТУУ «КПІ»  
протокол від 23.02.2016 № 2



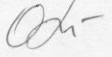
Заступник голови

В.Д.Романенко

«24» лютого 2016 р.

**ПРОГРАМА**

атестаційного(фахового) випробування  
на навчання за освітньо-професійною програмою підготовки  
Спеціаліст/Магістр  
спеціальність 124 Системний аналіз  
(спеціалізація Системний аналіз і управління)

Програму рекомендовано  
атестаційною комісією  
кафедри математичних методів  
системного аналізу  
(протокол від 10.02.2016 № 5)  
В. о. завідувача кафедри  
 О.Л.Тимошук  
«11» лютого 2016 р.

Київ  
2016

## ВСТУП

Програма вступного комплексного фахового випробування на навчання за освітньо-професійною програмою підготовки Спеціаліст/Магістр за спеціальністю 124 Системний аналіз (*спеціалізація* Системний аналіз і управління) (далі — Програма) призначена для отримання досвіду самостійної роботи абітурієнта з підготовки до екзамену.

Метою програми є формування у абітурієнтів здатності ознайомитися із предметними питаннями курсів навчальних дисциплін, що включені в екзаменаційні білети; опрацювати підручники, навчальні посібники та інші інформаційно-літературні джерела предметної області знання; осмислено упорядочити і систематизувати засвоєні теоретичні знання і практичні навички; вмотивовано виконати роботу на екзамені, продемонструвавши певний рівень засвоєння навчальних дисциплін в результаті навчання.

Перелік навчальних дисциплін цієї Програми складають такі, що відповідно належать до циклу професійної та практичної підготовки навчального плану підготовки «бакалавра» 6.040303 «Системний аналіз»:

- 1) Теорія керування
- 2) Методи оптимізації
- 3) Чисельні методи

Вступний екзамен проводиться чотири академічних години без перерви (180 хвилин), в аудиторному приміщенні випускової кафедри, методом одержання екзаменаційного білету—повернення письмової роботи. Завданням на екзамені є розв'язання завдань екзаменаційного білету. Екзаменаційний білет містить п'ять практичних за типом завдань. Диференціації робочого часу, відведеного на виконання кожного завдання, немає. Фіксується час початку і закінчення роботи.

## ПЕРЕЛІК НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ, ЩО ВІНОСИТЬСЯ НА ФАХОВЕ ВИПРОБУВАННЯ

### 1. Теорія керування

Лінійні одновимірні неперевні стаціонарні системи автоматичного керування: математичні моделі, динамічні характеристики. Алгебраїчні і частотні методи дослідження стійкості лінійних систем автоматичного керування.

Метод простору стану: математичні моделі і динамічні характеристики лінійних систем автоматичного керування. Аналіз стійкості, керованості і спостережуваності лінійних кінцевовимірних систем у просторі стану.

Дискретні системи автоматичного керування. Види дискретних систем. Рівняння імпульсних систем. z-перетворення та його властивості. Основні структури імпульсних систем. Методи вибору періоду квантування.

Основні характеристики імпульсних систем. Закони керування. Дискретні передаточні функції розімкнених імпульсних систем і типових імпульсних систем. Рівняння імпульсних систем.

Дослідження стійкості імпульсних систем.

Синтез лінійних систем автоматичного керування. Критерії оптимальності для проектування систем. Методи синтезу дискретних систем автоматичного керування.

Стохастичні дискретні авторегресійні моделі.

## Список літератури [1, 2, 3]

### 2. Методи оптимізації

Поняття про задачі оптимізації. Постановка задач оптимізації. Цільова функція та допустима множина,  $\arg\min$  та  $\text{Ar}\text{dmin}$  функції.

Проблеми задач оптимізації. Теорема Вейерштрасса та наслідок з неї. Задача безумовної оптимізації. Необхідні умови оптимальності першого порядку.

Критерій Сильвестра. Необхідні умови оптимальності другого порядку. Достатні умови оптимальності задачі безумовної оптимізації.

Задача умовної оптимізації. Поняття лінії рівня. Геометрична інтерпретація.

Класична задача на умовний екстремум. Множники Лагранжа. Умови регулярності. Геометрична інтерпретація.

Теореми про необхідні та достатні умови в класичній задачі на умовний екстремум.

Опуклі множини. Приклади. Поліедральні множини.

Задача про екстремум квадратичної функції на сфері одиничного радіусу.

Операції над опуклими множинами.

Поняття опуклої комбінації та опуклої оболонки. Теорема про опуклу комбінацію точок опуклої множини. Нерівність Йенсена.

Поняття конуса та опуклого конуса. Конічна оболонка множини. Спряжений конус.

Поняття гіперплощини та півпросторів, що породженні гіперплощиною. Віддільність та строга віддільність.

Теореми віддільності.

Опуклі функції. Строга опуклість. Надграфік функції. Друге означення опуклої функції. Індикаторна функція.

Операції над опуклими функціями.

Опукла задача оптимізації. Теореми про властивості розв'язків опуклої задачі.

Поняття дотичної гіперплощини. Теорема про властивості опуклої функції.

Критерії опуклості функції в термінах перших та других похідних.

Поняття субдиференціала опуклої функції. Геометрична інтерпретація.

Субдиференціал лінійної комбінації опуклих функції та функції максимуму. Умови екстремуму.

Напрямок спадання та можливий напрямок. Теорема про необхідні умови оптимальності.

Теорема про необхідні та достатні умови оптимальності у випадку опуклої допустимої множини та опуклої функції. Геометрична інтерпретація.

Леми про умови оптимальності в загальній задачі оптимізації для деяких конкретних видів допустимої множини (весь простір, координатний паралелепіпед).

Правило Лагранжа та умови регулярності в задачі математичного програмування.

Теорема Куна-Такера. Геометрична інтерпретація.

Елементи теорії подвійності. Вектор Куна-Такера. Умови Слейтера. Теореми про умови оптимальності для опуклої задачі. Теорема про сідлову точку.

Теорема про мінімакс. Двоїста задача. Теорема про властивості двоїстої задачі.

Задача лінійного програмування. Різні форми задачі лінійного програмування. Перехід від однієї форми до іншої.

Двоїста задача лінійного програмування.

### **Список літератури [4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11]**

### **3. Чисельні методи**

Види похибок при обчисленнях. Оцінювання похибки вхідних даних. Вплив похибки вхідних даних при основних арифметичних операціях.

Розв'язання нелінійних рівнянь. Пошук коренів алгебраїчних рівнянь. Теорема Бюдана. Теорема Декарта. Теорема Гюа. Теорема Штурма. Чисельні методи пошуку коренів рівняння: метод бісекції (половинного ділення), метод простої ітерації, метод січних, метод Ньютона, комбінований метод. Умови збіжності методів. Принцип стислих відображень.

Прямі методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Метод Гаусса та його варіанти (LU, LDU, без зворотного ходу, матричний метод), метод квадратного кореня. Обчислення визначника системи, оберненої матриці. Умови збігання методів. Обумовленість системи рівнянь

Ітераційні методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Методи Якобі, Зайделя, мінімальної нев'язки, застосування градієнтних методів.

Наближення функцій. Задачі інтерполяції та апроксимації. Інтерполяційні формули Ньютона та Лагранжа. Інтерполяційний поліном Ерміта. Інтерполяція сплайнами. Метод найменших квадратів. Поточкова та інтегральна постановка. Оцінка похибок інтерполяційних формул.

Чисельне диференціювання. Оцінювання порядку точності різницевих формул.

Чисельне інтегрування. Формули середніх, трапецій, Сімпсона. Квадратурні формули Ейлера.

Спектральна задача. Методи: степеневий, скалярних добутків, Данилевського, Крилова, Якобі, QR, LR, обернених ітерацій. Перетворення подібності, конгруентне, Гаусголдера.

Розв'язання задачі Коші для диференціальних рівнянь. Одно- та багатокрокові методи. Методи Ейлера, Рунге-Кутта першого, другого, четвертого порядків. Явні та неявні методи Адамса першого, другого, четвертого порядків.

Крайові задачі для звичайних диференціальних рівнянь. Метод прогонки. Метод колокації. Метод найменших квадратів. Метод Гальоркіна. Метод скінчених різниць для розв'язання звичайних диференціальних рівнянь та рівнянь у частинних похідних. Застосування до задач другого порядку: крайової двоточкової, еліптичної, параболічної, гіперболічної.

**Список літератури [12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23]**

## **ПРИКІНЦЕВІ ПОЛОЖЕННЯ**

### **Користування допоміжним матеріалом на екзамені**

— Не дозволяється

### **Критерії оцінювання (за системою ECTS, стобальна шкала)**

Розв'язання кожної задачі оцінюється за такими критеріями:

95—100	—	задачу розв'язано повністю, вірно
85—94	—	задачу розв'язано вірно, відповідь правильна, але наявними є один-два недоліки (наявними є деякі методичні помилки, порушено послідовність викладок тощо)
75—84	—	задачу розв'язано вірно, але відповідь неправильна (наявними є арифметичні помилки)
65—74	—	задачу розв'язано неповністю, але намічено правильний хід розв'язування
60—64	—	задачу не розв'язано, але наведено формули або твердження, що можуть бути використані при розв'язуванні задачі
менше 60	—	задачу не розв'язано

Результат роботи обчислюється як середнє арифметичне оцінок, що їх отримано за кожну задачу і заокруглюється до цілих.

## Приклад типового завдання комплексного фахового випробування

### Білет № 0

1. Визначити  $z$ -перетворення від повної суми решітчастої функції, а саме:  $z \left\{ \sum_{i=0}^n x(iT_0) \right\}$ .

2. Дослідити цільову функцію на екстремум та описати характер екстремальних точок:

$$\begin{cases} x^4 + y^4 - 4xy \rightarrow \text{extr} \\ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \end{cases}$$

3. Знайти точки екстремуму в класичній задачі на умовний екстремум методом множників Лагранжа. Підтвердити розв'язок за допомогою геометричної інтерпретації:

$$\begin{cases} x \rightarrow \min \\ x^3 - y^2 = 0 \end{cases}$$

4. Для пошуку власних чисел матриці  $A$  застосовується QR-метод.  $Q$  — ортогональна,  $R$  — верхня трикутна матриці. Зробити одну ітерацію методу.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -4 & 4 \end{bmatrix}$$

5. Зробити два кроки методу Рунге-Кутта для задачі Коші

$$\frac{dy}{dx} = x - y; \quad y(0) = 1.$$

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- 1 Згуровский М. З. Современная теория управления / Згуровский М. З. — К.: УМКВО, 1989.
- 2 Романенко В. Д. Методи автоматизації прогресивних технологій / В. Д. Романенко. — К.: Вища шк., 1995. — 519 с.
- 3 Цыпкин Я. З. Основы теории автоматических систем / Я. З. Цыпкин — М.: Наука, 1977. — 560 с.
- 4 Сухарев А. Г. Курс методов оптимизации / А. Г. Сухарев, А. В. Тимохов, В. В. Федоров. — М.: Наука, 1986. — 326 с.
- 5 Пшеничный Б. Н. Выпуклый анализ и экстремальные задачи. — М.: Наука, 1984. — 320 с.
- 6 Васильев Ф. П. Численные методы решения экстремальных задач. — М.: Наука, 1988. — 550 с.
- 7 Пшеничный Б. Н. Численные методы в экстремальных задачах / Б. Н. Пшеничный, Ю. М. Данилин. — М.: Наука, 1975. — 287 с.
- 8 Алексеев В. М. Сборник задач по оптимизации / В. М. Алексеев, С. М. Галеев, В. М. Тихомиров. — М.: Наука, 1986. — 288 с.
- 9 Ашманов С. А. Сборник задач по оптимизации / С. А. Ашманов, В. В. Тимохов. — М.: Наука, 1984. — 251 с.
- 10 Карманов В. Г. Математическое программирование / В. Г. Карманов. — М.: Наука, 1981. — 387 с.
- 11 Пантелеев А. В. Методы оптимизации в примерах и задачах / А. В. Пантелеев, Т. А. Летова. — М.: Высшая шк., 2002. — 544 с.
- 12 Бахвалов Н. С. Численные методы. / Н. С. Бахвалов. — М.: Наука, 1978. — 681 с.
- 13 Березин И. С. Методы вычислений / И. С. Березин, Н. П. Жидков Н.П. — М.: Физматгиз, 1962. — 1966. — Т.1, 2.
- 14 Наука, 1977. — 303 с.
- 15 Воеводин В.В. Численные методы алгебры / Воеводин В.В. — М.: Наука, 1977. — 303 с.
- 16 Волков Е.А. Численные методы / Волков Е.А. — М.: Наука, 1987. — 248 с.
- 17 Демидович Б. П. Основы вычислительной математики / Б. П. Демидович, И. А. Марон. — М.: Физматгиз, 1960. — 659 с.
- 18 Калиткин Н. Н. Численные методы / Н. Н. Калиткин. — М.: Наука, 1978. — 512 с.
- 19 Копченова Н. В. Вычислительная математика в примерах та задачах / Н. В. Копченова, И. А. Марон. — М.: Наука, 1982. — 366 с.
- 20 Мак-Кракен Д. Численные методы та программирование на Фортране / Д. Мак-Кракен, У. Дорн. — М.: Мир, 1977. — 584 с.
- 21 Ортега Дж. Введение в численные методы решения дифференциальных уравнений / Дж. Ортега, У. Пул. — М.: Наука, 1986. — 288 с.

22 Самарский А. А. Численные методы / А. А. Самарский, А. В. Гулин. — М.: Наука, 1989. — 432 с.

23 Форсайт Дж. Машинные методы математических вычислений / Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К. — М.: Мир, 1980. — 280 с.

Розробники програми:

д.т.н., проф.  
к.ф.-м.н., доц.  
к.ф.-м.н., доц.

В.Д.Романенко  
А.П.Яковлева  
І.А.Шубенкова